Control de Epidemias mediante matemáticas elementales

Homenaje al Ilmo. Sr. D. Miguel Andériz López

Colegio de Médicos de Navarra.
Jueves, 15 de septiembre de 2022.

Lámina 1

CONTROL DE EPIDEMIAS MEDIANTE MATEMÁTICAS ELEMENTALES

ESTADO Y EVOLUCIÓN

Variedad de procedimientos.

Sistema de Ecuaciones diferenciales de Kermack y McKendrick: S I R

$$\frac{dS}{dt} = -\beta SI$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Sistema no lineal

Planteam. correcto

MATEMÁTICAS

Lo que cambia es β, γ

Lo que se necesita: I, R

MEDICINA

Incógnitas: S, I, R. Coeficientes fijos: β, γ. Término independndte: t (tiempo)

Lámina 2

Epidemias. Contagios.

Progresiones geométricas

Una fórmula: 8 días de viernes a viernes

$$\sum(a_1 . a_n) = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1} \text{ , n = 8}$$

De ahí, haciendo $r = x$: $(a_1)\, x^8 - (\sum_{total})\, x + (\sum_{total} - a_1) = 0$

Como solucionarlo. (Dos soluciones, desechar $x = 1$) Programa QB64.

EJEMPLO. Contagiados los días [13 al 21] agosto 2020. (Viernes ambos) S_i = *nº hasta...*

DATOS: S_0 = 337.334 (día 13); S_1 = 342.813 (día 14); *S_8 = 386.054 (día 21)*

$a_1 = S_1 - S_0$ = *5.479*; $\sum_{tot} = S_8 - S_0$ = *48.720*; $\sum_{tot} - a_1$ = *43.241*

La ecuación es por consiguiente: $5479\, x^8 - 48720\, x + 43241 = 0$

Soluciones: $x_0 = 1$ (Desechada). X = Rg = 1,03 por un día.

$R_{semana} = (Rg)^7 = 1{,}23$

Los valores de los R varían constantemente:
- Mayores de 1: crece epid.
- Menores de 1 : decrece id.
- Iguales a 1 : se mantiene

Lámina 3

Epidemias. Recuperados.

Progresiones geométricas

Una fórmula: 8 días de viernes a viernes $\sum(a_{1}.a_{n}) = \dfrac{a_1\,(r^n-1)}{r-1}$, n = 8

De ahí, haciendo $r = x$: $(a_1)\,x^8 - (\sum_{total})\,x + (\sum_{total} - a_1) = 0$

Como solucionarlo. (Dos soluciones, desechar x = 1) Programa QB64.

EJEMPLO. (Ficticio) Recuperados los días [13 al 21] agosto 2020. (Viernes ambos)

DATOS: $a_1 = 5.291$, $a_2 = 4.286$, $a_3 = 3.858$,m $a_4 = 3.472$, $a_5 = 3.125$,

$a_6 = 2.813$, $a_7 = 2.532$, $a_8 = 2.279$

$S_0 = 120.485$, $S_1 = 125.776$, $S_8 = 148.141$;

$\Sigma_{tot} = 27.656$, $\Sigma_{tot} - a_1 = 22.365$

Ecuación a resolver: $5291\,x^8 - 27.656\,x + 22.365 = 0$

SOLUCIÓN (Valor de γ) = x = 0.8736

Lámina 4.

HEMOS HALLADO OTRA SOLUCION

AL PROBLEMA DEL S.I.R.

Hay varias : Ecuaciones Diferenciales, Id. En Diferencias, Métodos numéricos...

Además:

CÁLCULO DEL Ro

$$Ro = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{1,03}{0,8736} = 1,179$$

Epid. creciente

HALLAZGO VALORES S.I.R.

En fecha dada: S + I + R = N (N = núm de habitantes) I = $\sum_{tot}$ (I – R)

En el ejplo: I = 386.054 – 148.141 = 237.913

R = 148.141 (Con fallecidos)

S = N – (I + R) = 47.026.208 – (I + R) = 46.640.154

¡ Estos son los datos que se nos deben proporcionar ! β , γ son muy variables.

Lámina 5. **LA INCIDENCIA ACUMULADA**

Definición.- Número de contagios nuevos desde un día dado hasta el día de la fecha, **NCN.** Se aplica por regiones geográficas.

Clases.- Dos sobre todo: de 14 y de 7 días. Ia_{14} , Ia_7

Cálculo.- Es "por cien mil habitantes". (Regla de tres)

$$Ia = NCN \times 100.000 / \text{Núm. Habit.}$$

Número de habitantes
Aragón: 1.319.291
Navarra: 654.214
España: 47.026.208

UTILIDAD.- Comparación, Razón de Tasas (RT) = $\dfrac{Ia\ actual}{Ia\ anterior}$

Propiedades: 1) $RT = \dfrac{NCN\ del\ período\ actual}{NCN\ del\ periodo\ anterior} = \dfrac{Ia\ act.}{Ia\ ant}$ (7 ó 14 días)

2) $Ia_{14} = Ia_{7\ anter} + Ia_{7\ actual}$

Aproximación a Ro. Consecuencia de la definición de Ro:

$$Ro = Ia_n\ actual / Ia_n\ anterior$$

Variedades

Lámina – 6.

PRONÓSTICOS

***TIEMPO DE DUPLIC ACIÓN*:**

BASES: Otra fórmula $\boxed{a_n = a_1 \; r^{(n-1)}}$ comparación

Haciendo $a_n = 2\,a_1$ tenemos $2 = r^{(n-1)}$ y $\boxed{n = 1 + \frac{ln\,(2)}{ln\,|r|}}$

Si n son semanas, r es el $r_{sem} = r^7$ en nuestro caso.

PICO = Máx [NumTotContags – Num (Fall + Recup)]

VICEVERSA, para que se EXTINGA la oleada:

Establecemos un solo contagio al día en la zona: $Ia_7 = 7$, con lo

que $\boxed{1 + \frac{ln\,(7/Ia_7)}{ln\,|r_{sem}|} = n}$ *semanas.* (*Poner el valor absoluto de r*)

NOTA.- La irregularidad de los valores de β, γ puede hacer

de esto un control sensible de evolución de la epidemia.

Lámina 7.

CONCLUSIONES

1 – El planteamiento S.I.R. es correcto pero *no se adapta* a la realidad clínica. Las variantes β y γ cambian frecuentemente.

2 – El método que proponemos recoge los valores acumulados de I *y de* R *y* permite obtener β y γ en fechas concretas y próximas.

3 – Los informes oficiales conviene que incluyan periódicamente las cifras acumuladas de *contagiados*, *recuperados* y *difuntos*.

4 – Hay dos clases de medidas para vigilar la evolución de la epidemia: las de *situación* (incidencias acumuladas, razones de tasas) y las de *evolución* (los índices que han sido expuestos y el cálculo del Ro).

5 – Deben comunicarse las *medidas sociales*: confinamiento, vacunación, mascarillas, etc. para apreciar su eficacia en la evolución de la epidemia.

Lámina 8

EXPECTATIVAS

1.- Ley de Hardy y Weinberg.

Extinción autónoma. Matemática genética.

2.- La aleatoriedad afecta a las Ecuaciones Diferenciales.

El principal obstáculo en la investigación de Epidemias.

3.- Muestras y Tablas artificiales.

Su papel en este tipo de investigaciones.

4.- Solución del Sistema SIR.

Resultados exactos mediante Progresiones Geométricas.

5.- Programación y sus tipos.

Desde el MatLab y el Python al modesto QB64.

6.- Ofertas : *miguel.anderiz@gmail.com*